



**Université de Sherbrooke**  
**Faculté des sciences**  
Département de physique



**PLAN DE COURS**  
Trimestre d'hiver 2019

## **Problème à N-corps**

### **PHY-892**

<b>COURS</b>	
Titre :	Problème à N-corps
Sigle :	PHY-892
Crédits :	3
Travaux dirigés :	0
Travail personnel :	7
Session :	MSc - PhD

<b>ENSEIGNANTS</b>	
Nom:	André-Marie Tremblay
Bureau:	D2-1065
Horaire de disponibilité :	Contactez-moi par courriel, <a href="mailto:tremblay@physique.usherbrooke.ca">tremblay@physique.usherbrooke.ca</a>
Correcteur :	

<b>PLACE DU COURS DANS LE PROGRAMME</b>
Type de cours : optionnel
Cours préalables: Mécanique quantique, mécanique statistique, physique du solide, niveau maîtrise.

La page Web du cours : <http://www.physique.usherbrooke.ca/tremblay/cours/phy-892/>

## MISE EN CONTEXTE DU COURS

Le problème à un électron, ou à un électron se déplaçant dans un champ moyen, est essentiellement celui de la théorie des bandes. Le problème à N-corps tient compte des effets dynamiques des interactions. Les fonctions de Green sont la base du langage et des concepts nécessaires à analyser les problèmes où les interactions entre particules ne peuvent être négligées. La supraconductivité à haute température, les conducteurs organiques, les problèmes de type Kondo ne sont que quelques-uns des domaines d'application contemporains des méthodes du problème à N-corps.

C'est un peu avant le début des années 60 que les fonctions de Green ont fait leur apparition en physique du solide. Le premier succès de cette approche, empruntée à la physique des particules élémentaires et à la physique nucléaire, a été de permettre de comprendre la supraconductivité de façon quantitative dans tous ses détails tout en donnant en même temps un fondement microscopique à la théorie de Landau, qui est à la base de notre compréhension des solides. En dix ans environ, à partir de 1957, la supraconductivité passa de sujet mystérieux à sujet le mieux compris de la physique du solide. En 1987 ce sujet est revenu à l'avant-plan avec l'avènement des supraconducteurs à haute température. En fait, plusieurs aspects du problème à N-corps avaient été laissés de côté sans être vraiment résolus. La supraconductivité à haute température a fourni la motivation pour revenir sur ces problèmes.

## OBJECTIFS GÉNÉRAUX

- Permettre à l'étudiant de faire une synthèse de ses connaissances de mécanique quantique en comprenant et appliquant les langages et les concepts couramment utilisés dans la littérature sur la physique des systèmes en interaction, notamment:
  - Les fonctions de corrélation
  - Les fonctions de Green et leur développement perturbatif avec des diagrammes de Feynman
- Montrer à l'étudiant comment calculer dans certains cas particuliers et aussi comment interpréter en général la signification physique des diagrammes de Feynman.
- Faire comprendre en profondeur quelques sujets typiques de la physique à N-corps, notamment la supraconductivité puisque cet exemple
  - a) Est un des plus grands succès qualitatifs de la physique à N-Corps,
  - b) Illustre l'application simultanée des concepts de symétrie brisée et de continuation adiabatique.
- Développer l'esprit critique de l'étudiant vis-à-vis les aux différentes approches au problème à N-corps.
- Initier à différentes approches au problème à N-corps, comme
  - Les méthodes d'intégrale et de dérivées fonctionnelles.
- S'initier à la théorie de champ moyen dynamique et à la transition de Mott.
- Initier l'étudiant à des problèmes de recherche d'intérêt courant.

## OBJECTIFS SPÉCIFIQUES

À la fin de ce cours, l'étudiant devra pouvoir,

- Faire la synthèse de toutes ses notions de mécanique quantique pour comprendre la notion de fonction de Green et ses applications au problème à N-corps.
- Expliquer la signification physique des diagrammes de Feynman dans plusieurs contextes.
- Utiliser le formalisme de la dérivée fonctionnelle de Schwinger pour faire des calculs de problèmes à N-corps
- Appliquer les fonctions de Green au calcul des propriétés physiques des métaux, plus particulièrement leurs propriétés magnétiques et supraconductrices.
- Discuter de problèmes physiques à l'aide des concepts de self-énergie de corrections de vertex.
- Analyser des problèmes de transition de phase à l'aide des notions de théorie Hartree-Fock symétrie brisée, modes collectifs, modes de Goldstone.
- Analyser des problèmes physiques et des résultats d'expérience en utilisant les propriétés générales des fonctions de corrélation tels leur représentation de Lehman, leurs règles de somme, leurs relations de Kramers-Kronig.
- Discuter de la validité de différentes approches perturbatives et de leurs limites en fonction de critères généraux reliés par exemple aux lois de conservation.
- Discuter de la signification des notions de vertex réductible et irréductible.
- Discuter des fondements de la physique du solide en fonction de la description à N-corps.
- Initier à des méthodes modernes comme la théorie de champ moyen dynamique et la théorie auto-cohérente à deux particules.

## ÉVALUATION

Plusieurs devoirs qui compteront pour la moitié des points et un examen final écrit qui comptera pour l'autre moitié.

# PLAN DE LA MATIÈRE

**Voici un plan trop ambitieux**

## **PARTIE I : Exemple simple, oscillateur harmonique**

Exemple classique de fonction de réponse pour l'oscillateur harmonique

Propriétés générales des fonctions de Green : causalité, dissipation, self-énergie

## **PARTIE II: Fonctions de corrélation, réponse linéaire**

Propriétés générales des fonctions de corrélation

Relation aux expériences

Réponse linéaire

Règles de somme, développements haute fréquence

Formule de Kubo

Poids de Drude, conductivité, constante diélectrique

## **PARTIE III: Introduction aux fonctions de Green avec l'équation de Schrodinger à un corps**

Définition, information contenue

Théorie des perturbations pour un problème à un corps

Propriétés formelles de la self-énergie

Autres formulations

Itégrale de chemin

## **PARTIE IV: Fonction de Green à un corps à température finie**

Seconde quantification

Fonction de Green retardée, relation aux expériences de photoémission.

Représentation d'interaction

Contours de Keldysh et Kadanoff-Baym

Fonction de Green de Matsubara et différentes façons de les manipuler.

Signification physique

Liquide de Fermi

Aspects formels

Trois théorèmes : Wick, graphes connexes, principe variationnel et Hartree Fock

## **PARTIE V: Gaz de Coulomb**

Approche de la dérivée fonctionnelle

Équations du mouvement et source

Hartree-Fock et RPA

Règles de Feynman

Modes collectifs en présence d'interactions

Cohérence entre propriétés à une et deux particules

Deuxième étape : GW pour guérir les problèmes associés à Hartree-Fock

**Partie VI : Fermions sur réseau**

Densité fonctionnelle

Équations de Heiden

Modèle de Hubbard : RPA et approche auto-cohérente à deux particules

Théorie de champ moyen dynamique, transition de Mott

**Partie VII : Symétrie brisée**

Modèle de Stoner

Fonction d'onde variationnelle

Équation du gap et théorie de Ginzbourg-Landau

Symétrie brisée du point de vue de la fonction de Green

Instabilité de l'état normal

Antiferromagnétisme

Transformation de Hubbard Stratonovich

Interactions électron-phonon

Instabilité de la phase normale : Le problème de Cooper

BCS

**Annexes**

## BIBLIOGRAPHIE

### Recommandation pour le cours:

- A: Très utilisé ou référence suffisamment classique pour que ça vaille la peine.
- B: Assez utilisé ou suffisamment important pour qu'on puisse y référer dans le cadre du cours.
- C: Peu utilisé dans le cours.

### Importance dans la littérature:

- A: Un classique
- B: Très connu
- C: Peu connu
- N: Trop nouveau pour juger

Référence	Commentaire	Importance dans la littérature	Recommandation pour le cours
Mahan G.D. <i>Quantum theory of many-particle systems</i> QC176 .M24 (1981) S	Ouvrage encyclopédique mais aussi pédagogique. Un des seuls volumes qui contienne des exemples d'application à l'expérience.	A	A
Fetter A.L. and Walecka J.D. <i>Quantum theory of many-particle systems</i> QC 174.12 .F47 (1971)	Un classique. Emploie les méthodes du problème à N-corps dans différents contextes, physique nucléaire, physique atomique, matière condensée. Peu d'exmples de résultats expérimentaux.	A	C
Abrikosov A.A., Gorkov L.P. and Dzyaloshinski I.E. <i>Methods of quantum field theory in statistical physics</i> QC174.4 .A27m (1963)	Le classique des classiques. Encore très cité. Très concis, dans le style de l'école Landau, et difficile à utiliser comme premier volume.	A	A

Lifshitz E.M. et Pitaevskii L.P. <i>Landau et Lifshitz, Vol.9 Statistical Physics, Part 2.</i>	En particulier dans le contexte de la théorie des liquides de Fermi, ce livre explique plus en détail certains des calculs de Abrikosov et al.	A	C
Forster D. <i>Hydrodynamic fluctuations, broken symmetries and correlation functions</i> QC20.7 .C6F67 (1975) S	Un livre sur les propriétés des fonctions de corrélation et leur limite hydrodynamique. Bien du point de vue pédagogique. On y retrouve une discussion du théorème de Goldstone et des opérateurs de projection qu'il est difficile d'avoir ailleurs.	B	A
Anderson P.W. <i>Basic notions of Condensed Matter Physics (Addison Wesley, Frontiers in Physics).</i> QC174.3 C65A53 (1984)	Surtout une collection de tirés-à-part. Les chapitres d'introduction contiennent des idées très profondes. Très peu pédagogique pour le débutant.	B	B
Doniach S. et Sondheimer E.H. <i>Green's functions for solid state physicists</i> QC176 .D66 (1974) S	Ouvrage pédagogique, surtout au début. Pas très complet cependant, mais jusqu'à récemment c'était un des seuls volumes traitant par exemple des paramagnons. Le livre de Enz vient de changer cela.	B	C
Jones W, et March N.H. <i>Theoretical solid state physics, Vol.1 et Vol.2,</i> QC176 .A1J65t (1973)	Ouvrage encyclopédique, très physique. On y retrouve de nombreux résultats d'expérience. Le livre est un peu vieux cependant. Les méthodes utilisées dépendent du sujet traité. Ce n'est pas à proprement dit un volume sur le problème à N-corps. Ne coûte pas très cher.	C	C
Schrieffer J.R. <i>Theory of superconductivity</i> QC612 .S8S23	La bible sur la supraconductivité. Pas encyclopédique, mais complet.	A	Épuisé

De Gennes P.G. <i>Superconductivity of Metals and Alloys</i> QC612 S8D43S (1966)	Un point de vue original et très utile pour les problèmes où il y a des inhomogénéités (e.g. vortex).	A	D
Mattuck R.D. <i>A guide to Feynman diagrams</i> QC174.17 .P7M37 (1976) S	"Feynman diagrams for babies". Très pédagogique. Beaucoup d'images physiques.	C	A
Lovesey S.W. <i>Condensed matter physics</i> QC176.L68 (1980) S		C	D
Economou E.N. <i>Green's functions in quantum physics</i> QC174.17 .G68E25 (1979) S	Utile surtout pour les applications des fonctions de Green au problème à un seul corps.	C	D
Pines D. <i>The many-body problem: a lecture note and reprint volume</i> QC174.17 P7P5 (1962)	Collections d'articles classiques, comme ceux de Landau, de BCS etc...	A	D
Pines D. et Nozières P. <i>The theory of quantum liquids, Vols. 1 et 2.</i> QC174.4 P55T	Très grand classique. Beaucoup d'images physiques pour les différents concepts. Utilise très peu le formalisme des fonctions de Green. Fait surtout ressortir les aspects physiques.	A	D
Rickayzen G <i>Green's functions and condensed matter</i> QC174.17 G68R5 (1984)	Concis, et très pédagogique. Contient plusieurs problèmes. Suit d'assez près le plan de ce cours. Cependant, son coût est scandaleux. Il serait très recommandé autrement.	B	D



Enz C.P. <i>A course on many-body theory applied to solid-state physics.</i> (Worlds Scientific, Singapour, 1992) QC176 E58 (1992)	Contient beaucoup de détails de calcul. Va au delà de Doniach pour son traitement du magnétisme dans le modèle de Hubbard. Traite aussi de sujets plus modernes comme la localisation, qui n'est pas vraiment traitée dans beaucoup de bouquins sur le sujet.	N	A
Gross E.K.U., Runge E., Heinonen O. <i>Many-particle theory.</i> (Hilger, Bristol, 1991)	Contient tous les détails de calcul, en particulier pour le gaz d'électrons. Pas beaucoup d'autres applications.	N	C
Hewson, A.C. <i>The Kondo problem to heavy fermions</i>	Un des seuls livres traitant en détail de tous les problèmes d'impuretés et de corrélation fortes. Contient des exemples expérimentaux.	A	D
Nozières, P. <i>Le problème à N-corps: propriétés générales des gaz de fermions</i> QC174.17 P7N6 (1962)	Excellent volume sur la théorie microscopique des liquides de Fermi.	A	D
Nozières, P. <i>Magnétisme et localisation dans les liquides de Fermi</i>	Ces notes d'un cours donné au Collège de France contiennent plusieurs aspects historiques et développements récents de la théorie du magnétisme.	B	C
<b>Autres livres d'intérêt pour la méthode des équations du mouvement</b>			
Kadanoff L.P. et Baym G. <i>Quantum Statistical Mechanics</i> (Addison-Wesley, Advanced Book Classics) QC174.4 K3 (1962)	"La" référence pour la méthode des dérivées fonctionnelles. Malheureusement, les résultats sur les lois de conservation sont incomplets. Le livre a été écrit un an ou deux trop tôt.	A	B

Inkson, J.C. <i>Many-body theory of solids: An introduction (Plenum, 1984)</i> QC176 I44 (1984)	Introduction à partir de la seconde quantification, puis applications à l'équation de Schrodinger à une particule, puis au problème à N-corps en utilisant la notation de Kadanoff-Baym et sa connexion à la représentation diagrammatique.	C	B
<b>Pour la méthode des intégrales fonctionnelles:</b>			
Negele J.W. et Orland H. <i>Quantum Many-Particles Systems (Addison Wesley, 1988, Frontiers in Physics.)</i> QC174.17 P7N44 (1988)	Fait en détail tous les calculs pour la méthode de l'intégrale fonctionnelle. Très pédagogique. Parle aussi des relations aux transitions de phase et aux calculs numériques. Exemples de comparaisons avec l'expérience à peu près inexistantes.	A	A
Feynman R.P et Hibbs A.R. <i>Quantum mechanics and path integrals (McGraw-Hill 1965)</i> QC174.12 F486 (1965)	Maintenant disponible chez Dover. Un classique mais la présentation au début des intégrales de chemin n'est pas très standard.	A	C
Schulman L.S. <i>Techniques and applications of path integrations. (Wiley, 1981)</i> QC174.17 P27S38 (1981)	Donne une bonne idée d'un grand nombre d'applications de l'intégrale fonctionnelle, dans toutes sortes de contextes, et pas particulièrement dans celui du problème à N-corps.	B	D
Popov V.N. <i>Functional integrals and collective excitations (Cambridge monographs on Mathematical Physics, 1987)</i> QC20.7 F85P65 (1987)	Très concis! Difficile à suivre.	B	D

Coleman S. <i>Aspects of Symmetry</i> (Press Syndicate of the University of Cambridge, 1985) QC793.3 S9C65 (1985)	Très profond et plein d'idées physiques intéressantes. Traite plusieurs sujets indépendants.	A	D
Fradkin E <i>Field theories of condensed matter systems</i> QC611.98 H54F73 (1991)	N'utilise à peu près pas les fonctions de Green. Très utile pour les problèmes de spin du point de vue de l'intégrale fonctionnelle. Bourré de fautes de frappe.	B	D
Sakita B. <i>Quantum theory of many-variable systems and fields</i> (World Scientific, Singapour, 1985) QC174.45 S275 (1985)	Dans le même style que Popov, mais plus pédagogique.	N	C

<b>Plus récents:</b>			
Bonitz, M. <i>Progress in nonequilibrium Green's functions</i> World Scientific, été 2000			
Xiao-Gang Wen <i>Quantum Field Theory of Many-Body Systems : from the origin of sound to an origin of light and electrons</i> Oxford Graduate Texts 2004, réimprimé 2010 QC 174.45 W455 2004	Approche peu orthodoxe qui traite quand même des sujets de base avec en plus des sujets plus modernes comme l'effet Hall quantique, l'ordre topologique, les liquides de spins et autres ordres quantiques. Il suggère en plus une nouvelle approche basée sur l'émergence où la théorie de base est un réseau de cordes.	N	N

<p>Enrico Lipparini  <i>Modern Many-Particle Physics, 2<sup>nd</sup> edition: Atomic gases, nanostructures and quantum liquids.</i>  <i>World Scientific, 2008</i>  <i>QC 174.17 P7L56 2008</i></p>	<p>Le point de vue est celui du chimiste quantique. On y trouve plein de sujets qui ne sont pas bien traités dans les livres habituels, comme les nanostructures, les amas métalliques finis. Il y a aussi des chapitres sur les méthodes Monte Carlo et les interactions spin-orbite par exemple.</p>	N	N
<p>Anthony Zee  <i>Quantum Field Theory in a Nutshell</i>  <i>Princeton University Press, 2003</i>  <i>QC 174.45 Z44 2003</i></p>	<p>Un des livres de physique les mieux écrits que je n'ai jamais lu. Il renseigne sur la théorie des champs pas seulement en matière condensée mais aussi en physique des particules élémentaires. L'approche est celle de l'intégrale fonctionnelle. Il décrit par exemple la renormalisation de façon brillante.</p>	A	B
<p>Alexander Altland and Ben Simons  <i>Condensed Matter Field Theory, Second Edition</i>  <i>Cambridge University Press, 2010</i>  <i>QC 173.54 A57 2010</i></p>	<p>Basé principalement sur l'approche fonctionnelle, ce livre contient plusieurs sujets modernes incluant le groupe de renormalisation, l'influence des termes topologiques et la physique hors d'équilibre. Mécanisme de Higgs.</p>	A	B
<p>Adriaan M.J. Schakel  <i>Boulevard of Broken Symmetries, Effective Field Theories of Condensed Matter</i>  <i>World Scientific, 2008</i>  <i>QC 173.454 S33 2008</i></p>	<p>Élegant, basé sur la méthode des intégrales fonctionnelles. Cependant, la dérivation initiale du formalisme est plutôt un postulat. Il n'y a pas d'exercices. La méthode de développement de la dérivée est utilisée pour dériver des théories effectives à une boucle. Plusieurs sujets plus modernes comme l'effet Hall quantique, la condensation de Bose-Einstein, la dualité. Très succinct.</p>	C	N

<p>Piers Coleman  <a href="#"><i>Introduction to Many-body theory</i></a>          Cambridge University Press (2015)          QC-174.17.P7C64</p>	<p>Commence à un niveau élémentaire mais couvre tous les sujets traditionnels ainsi que des sujets modernes. Beaucoup de perspicacité dans la compréhension physique. Excellent pour la théorie des liquides de Fermi, l'effet Kondo et la supraconductivité entre autres.</p>	A	A
<p>Henrik Bruus and Karsten Flensberg  <i>Introduction to Many-Body quantum theory in condensed matter physics</i>          QC 174.17 P7B78 2004</p>	<p>Ce livre suit pas mal le plan du cours avec beaucoup de détails de calcul. On y trouve la théorie des liquides de Fermi discutée en détails ainsi que la théorie du transport dans les systèmes mésoscopiques. Il y a en plus un chapitre sur les liquides de Luttinger.</p>	N	A
<p>Chetan Nayak  <a href="#"><i>Quantum Condensed Matter Physics – Lecture Notes</i></a>  <a href="http://www.physics.ucla.edu/~nayak/many_body.pdf">http://www.physics.ucla.edu/~nayak/many_body.pdf</a></p>	<p>Traite de beaucoup de sujets avancés. Ce livre suit pas mal le plan du cours avec beaucoup de détails de calcul. Il y a en plus un chapitre sur les liquides de Luttinger.</p>	N	B
<p>Chetan Nayak  <a href="#"><i>Quantum Condensed Matter Physics –Impurities- Lecture Notes</i></a>  <a href="http://www.physics.ucla.edu/~nayak/QFT-temp-04.pdf">http://www.physics.ucla.edu/~nayak/QFT-temp-04.pdf</a></p>	<p>Principalement sur les impuretés, la localisation faible.</p>	N	B
<p>Masahito Ueda  <i>Fundamentals and new frontiers of Bose-Einstein Condensation</i>          QC 175.47 B65U44 2010</p>	<p>Se concentre sur la condensation de Bose Einstein mais traite bosons, fermions, vortex, topologie etc... Contient même une discussion des liquides de Fermi, avec un minimum de formalisme.</p>	N	N

<p>A.J. Leggett  <i>Quantum liquids : Bose condensation and Cooper pairing in condensed-matter systems</i>  QC 611.92 L44 2006</p>	<p>Rempli d'idées profondes sur la suprafluidité en general et sur la condensation de Bose.  N'utilise pas l'idée de symétrie brisée, ce qui rend le traitement lourd.</p>	N	N
<p>Eduardo C. Marino  <i>Quantum field theory approach to condensed matter physics</i>  QC 173.454 M39 2017</p>	<p>Ce livre met l'accent sur l'approche d'intégrale fonctionnelle qui permet d'introduire plusieurs concepts reliés à la topologie très tôt dans l'ouvrage. On y traite aussi de plusieurs sujets très modernes, comme le graphène, les semi-métaux de Weyl et même le calcul quantique. Plusieurs des sujets sont très avancés.</p>	N	N
<p>R. Shankar  <i>Quantum field theory and condensed matter, an introduction</i>  QC 174.45 S54 2017</p>	<p>Là aussi l'accent est mis sur l'approche d'intégrale fonctionnelle. On y trouve aussi la solution de plusieurs problèmes emblématiques, comme le modèle d'ising à deux dimensions. Mais surtout, les théories de jauge et le groupe de renormalisation sont décrits en détail. Ce ne sont pas des sujets couverts dans ce cours mais ils sont importants.</p>	N	N
<p>J. E. Gubernatis, N. Kawashima, P. Werner,  <i>Quantum Monte Carlo methods : algorithms for lattice models</i>  QC 174.85 M64G83 2016</p>	<p>En pratique, les calculs nécessitent souvent l'utilisation de méthodes numériques. Ce livre est précieux puisqu'on y trouve toutes les méthodes modernes reliées au Monte Carlo quantique.</p>	N	N

Richard M. Margin, Lucia Reining and David Ceperley Interacting electrons theory and computational approaches QC 176.8 E4M39 2016	Cette monographie extrêmement complète présente une approche cohérente à partir de la théorie de la densité fonctionnelle jusqu'aux méthodes de solution numérique les plus modernes, incluant les solveurs pour la théorie de champ moyen dynamique. Les subtilités mathématiques sont mises en lumière dans les annexes. Les références sont exhaustives. L'ouvrage est très complet dans son approche moderne aux calculs réalistes. Essentiellement toutes les méthodes d'approximation sont aussi couvertes.	N	A
---	---	---	---

### Une ressource inestimable

Se tient à Jülich chaque automne une école sur des sujets de problème à N-corps avancés. Les comptes-rendus sont disponibles gratuitement sur internet : <https://www.cond-mat.de/events/correl.html> Vous y trouverez aussi beaucoup de matériel sur la théorie de champ moyen dynamique.