

## METHODES DE PHYSIQUE THEORIQUE (PHQ 505)

### COURS

Titre: Méthodes de physique théorique  
Sigle: PHQ 505  
Crédits: 3

### PROFESSEUR

Nom: Claude Bourbonnais  
Bureau: D2-1071  
Courriel: Claude.Bourbonnais@usherbrooke.ca

### PLACE DU COURS DANS LE PROGRAMME

Type de cours: optionnel, sessions 3 et 6.

Cours préalables: Physique Mathématique I (PHQ 201)

### MISE EN CONTEXTE DU COURS

Une part importante des activités de physique théorique est consacrée à l'étude d'équations différentielles servant à décrire le comportement de nombreux phénomènes en milieux dits continus. Le cours de méthodes de physique théorique constitue une synthèse des principaux outils de l'analyse complexe menant aux solutions d'équations différentielles du second ordre, aux propriétés générales de ces solutions dans le plan complexe, ainsi qu'à leurs nombreuses applications dans divers domaines de la physique. Ce cours apparaît relativement tôt dans le programme de premier cycle afin de favoriser une meilleure intégration des contenus mathématiques des autres cours tant obligatoires qu'optionnels.

## OBJECTIFS

### *Objectifs généraux:*

- Établir les principaux outils de l'analyse complexe. Élaborer et mettre en oeuvre une stratégie de solution théorique à une situation particulière en physique des milieux continus

### *Objectifs spécifiques*

A la fin du cours de PHQ 505, l'étudiant devrait être capable de:

- expliquer les propriétés des fonctions analytiques
- traiter la solution de problèmes bi-dimensionnels dans le plan complexe
- utiliser le théorème des résidus pour l'intégration dans le plan complexe, la sommation des séries ainsi que pour les divers types de transformations intégrales
- classer les principales équations différentielles à une variable et établir des liens avec des fonctions orthogonales
- manier la technique de séparation de variables et la solution d'équations différentielles à dérivées partielles dans divers domaines de la physique.

## PLAN DE LA MATIERE

La matière est distribuée sur 13 semaines effectives de cours. La répartition donnée ci-dessous n'est qu'approximative et doit être considérée comme un guide.

### **Première partie (6 semaines)**

- Variables, séries et fonctions dans le plan complexe. Propriétés des fonctions analytiques, conditions Cauchy-Riemann, singularité, pôles, disques de convergence. Fonctions multi-évaluées, points de branchement, coupures. [**Devoir #1, remise semaine #3** ]
- Intégration dans le plan complexe, théorème et formule intégrale de Cauchy. Développement de Taylor et série de Laurent, résidu d'une fonction. [**Devoir #2, remise semaine #5** ]
- Théorème des résidus, valeur principale de Cauchy, lemme de Jordan. Applications à divers types d'intégrales impropres dans le plan complexe. Sommation des séries
- Transformée de Fourier, transformée de Laplace, causalité, transformée de Hilbert, fonctions de réponse et relations de Kramers-Krönig. Applications. [**Devoir #3, remise semaine #7**]
- Méthode d'intégration du col et développement asymptotique, fonctions gamma, beta, polygamma.

## Deuxième partie (7 semaines)

- Introduction à quelques équations différentielles en physique (Équations d'onde, de Schrödinger, de diffusion, de l'électromagnétisme, ...).
- Solutions d'équations du deuxième ordre à coefficients non constants, points réguliers, méthode des séries et application à l'oscillateur harmonique linéaire en mécanique quantique. Équation d'Hermite. Méthode du Wronskian et solutions indépendantes, points réguliers singuliers, équation indicelle, séries de Fröbenius, classement. Équations hypergéométrique et hypergéométrique confluyente. [**Devoir #4, remise semaine #11**]
- Technique de séparation de variables.
- Problème de Sturm-Liouville, conditions aux limites et fonctions orthogonales. Applications: membrane circulaire, équation de Laplace en 3D, équation de Schrödinger de l'atome d'hydrogène, ... .
- Fonctions spéciales diverses (Bessel, Legendre, Laguerre, Chebyshev ...). [**Devoir #5, remise semaine #13**].
- **Fonctions de Green\*** ou équations intégrales\*

## METHODES PEDAGOGIQUES

- Exposé magistral
- Questions durant l'exposé et résolutions de problèmes sous forme de devoirs.

## EVALUATION

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| 1. Moyens d'évaluation:              | Devoirs et deux examens.   |
| 2. Type de questions:                | Problèmes à résoudre,<br>questions à développement.                              |
| 3. Pondération:                      | 30/100: devoirs<br>30/100: intra<br>40/100: final.                               |
| 4. Moments prévus pour l'évaluation: | Dates fixées par la faculté.   |
| 5. Critères d'évaluation:            | Vérification des connaissances,<br>de leur compréhension et leur<br>application. |

## BIBLIOGRAPHIE

- 0- Notes de cours
- 1- *Mathematical methods for physicists, sixth edition*, G. B. Arfken and H. J. Weber, Elsevier (2005) (en référence).
- 2- *Mathematical methods for physics and engineering, seconde édition*, K. F. Riley, M. P. Hobson et S. J. Bence, Cambridge (2002).
- 3- *Methods of Theoretical Physics*, P. M. Morse and H. Feshbach, McGraw-Hill, Parts I and II.
- 4- *Variables complexes*, M. R. Spiegel, Série Schaum, 1985.
- 5- *Graduate Mathematical Physics*, James. J. Kelly, Wiley-VCH, 2006.
- 6- *Mathematical Methods in the Physical Sciences, third edition*, Mary L. Boas, Wiley, 2006.
- 7- *Mathematical Physics*, Eugene Butkov, Addison-Wesley, 1968.
- 8- *Mathematical Physics, a modern introduction to its foundations*, Sadri Hassani, Springer, 2006.
- 9- *Mathematical methods for physicists, a concise introduction*, Tai L. Chow, Cambridge university press, 2000.
- 10- *A guided tour of mathematical methods for the physical sciences, second edition*, Roel Snieder, Cambridge, 2004.
- 11- *Basic Training in Mathematics, a Fitness Program for Science Students*, R. Shankar, Plenum Press, New York (1995).
- 12- *Differential Equations with applications and historical notes*, G. F. Simmons, Int. series in pure and applied mathematics, McGraw Hill, (1972).
- 13- *Mécanique Quantique (Tomes I,II)*, Cohen-Tannoudji, Diu et Laloe, Ed. Hermann (1973).