

Université de Sherbrooke

Département de mathématiques Guide régissant les études de deuxième et troisième cycle préparé par le Comité des études supérieures du Département de mathématiques (CESDM)

Sommaire

1. Maîtrise

- 1.1. Introduction
- 1.2. Conditions d'admission et exigences de cours
- 1.3. Choix du directeur de recherche et du comité d'évaluation
- 1.4. Suivi du candidat
- 1.5. Évaluation périodique des dossiers
- 1.6. Conditions d'exclusion aux études supérieures
- 1.7. Passage direct au doctorat

2. Doctorat

- 2.1. Introduction
- 2.2. Conditions d'admission et exigences de cours
- 2.3. Choix du directeur de recherche
- 2.4. Évaluation périodique des dossiers
- 2.5. Conditions d'exclusion aux études supérieures
- 2.6. Règlement régissant l'examen général de doctorat en mathématiques
- 2.7. Thèse à publications

3. Bourses

- 3.1. CRSNG (Canada)
- 3.2. FQRNT (Québec)
- 3.3. Bourses institutionnelles (Université de Sherbrooke)
- 3.4. Autres bourses

4. Documents divers

Le genre masculin a été utilisé uniquement dans le but d'alléger la lecture.

1. Maîtrise

1.1 Introduction

Les deux objectifs principaux de la maîtrise sont la formation de l'étudiant et son initiation à la recherche. Par formation de l'étudiant, on entend que celui-ci devra :

1. Acquérir des méthodes et des connaissances d'un niveau supérieur, lui permettant de dominer sa matière, et lui assurant une formation générale solide, ainsi qu'une formation dans un domaine de spécialité ;
2. Acquérir une certaine maturité mathématique, développer son esprit critique et son intuition, de façon à pouvoir travailler de façon autonome ;
3. Être capable de s'exprimer de façon claire, rigoureuse et mathématiquement correcte, que ce soit par écrit ou oralement. Par initiation à la recherche, on entend que l'étudiant devra :
 1. Être capable de comprendre (et reproduire) des résultats avancés obtenus à l'aide d'outils sophistiqués ;
 2. Connaître la littérature spécialisée dans son domaine ;
 3. Être au courant des résultats récents de la recherche active dans son domaine.

Ces objectifs seront atteints à l'aide, entre autres, des cours de second cycle, ainsi que des séminaires de recherche, auxquels l'étudiant est tenu d'assister et de participer activement dès son inscription au programme.

Le mémoire de maîtrise témoigne de l'atteinte des objectifs de la maîtrise. Ce mémoire consiste en une synthèse inédite et de qualité de résultats connus, doublée d'un apport original. Cet apport original peut être, par exemple,

1. Une combinaison intéressante de méthodes pour résoudre un problème donné ;
2. Une confrontation de résultats obtenus à l'aide de méthodes différentes ;
3. Une nouvelle démonstration d'un théorème connu ;
4. Une jonction inédite de domaines différents des mathématiques ;
5. La résolution d'un problème de recherche abordable mais original ;
6. Une variante d'une théorie connue.

On s'attend à ce que le nombre de pages d'un mémoire soit généralement compris entre cinquante et cent. On rappelle d'autre part qu'un mémoire de maîtrise d'une originalité et d'une ampleur exceptionnelles pourra, éventuellement, permettre à son auteur un passage direct au doctorat.

1.2 Conditions d'admission et exigences de cours

- (i) Avoir obtenu un diplôme de 1er cycle en mathématiques, en statistique, en recherche opérationnelle ou l'équivalent ;
- (ii) Y avoir obtenu une moyenne cumulative d'au moins 2,7 sur 4,3 ou l'équivalent. (La Faculté peut néanmoins admettre un candidat ne satisfaisant pas à cette condition particulière d'admission; dans un tel cas, la Faculté peut, conformément au règlement des études, imposer à l'étudiant des activités pédagogiques complémentaires.);
- (iii) Un total de quinze crédits de cours sont exigés de tous les candidats, excluant les crédits additionnels exigés au paragraphe 1.2 (ii).

1.3 Choix du directeur de recherche

Tout étudiant de maîtrise doit avoir un directeur de recherche. Ce dernier (qui peut éventuellement être assisté d'un codirecteur) dirige le projet de recherche de l'étudiant, et l'aide à surmonter les difficultés associées à ses études et à ses recherches. Pour toutes informations concernant les directeurs de recherche, prière de consulter le site du Département de mathématiques à l'adresse suivante :

http://www.usherbrooke.ca/mathematiques/telechargement/documents/etudes_graduees_au_DM.pdf

Le directeur de recherche doit définir clairement et rigoureusement à chaque étudiant sous sa direction ce qu'est son projet de maîtrise. Cette définition doit être faite en deux étapes :

1. Au cours de la seconde session de scolarité de l'étudiant, les grandes lignes du projet devraient être esquissées ;
2. Au cours de la troisième session, le contenu du mémoire devrait être discuté en détail et un plan préliminaire rédigé.

Normalement, chaque étudiant et son directeur de recherche devraient pouvoir se rencontrer au moins une fois toutes les deux semaines.

1.4 Évaluation périodique des dossiers

Le CESDM a la responsabilité de rédiger un rapport d'étape tous les six mois pour l'ensemble des étudiants aux deuxième cycle relevant du DM. Le CESDM communique en temps opportun avec le directeur de recherche de l'étudiant pour recueillir l'information à cet effet.

1.5 Conditions d'exclusion aux études supérieures

Tout étudiant doit, à partir du moment où un total de neuf crédits ont été accumulés dans son programme, maintenir la moyenne de ses résultats à au moins 2,7 sur 4,3; dans l'éventualité où cette condition n'est pas satisfaite, le CESDM, après étude du dossier et consultation des parties en cause, peut choisir de transmettre à la Faculté une recommandation d'exclusion du programme, selon l'article 4.8 du règlement des études.

1.6 Passage direct au doctorat

- 1.6.1 Voici les principaux critères qui doivent être satisfaits ainsi que les procédures à suivre pour effectuer un passage direct au doctorat.
- 1.6.1.1. L'étudiant est reconnu exceptionnel ;
 - 1.6.1.2. L'étudiant a une moyenne cumulative supérieure ou égale à 3,6 sur 4,3 et aucun résultat inférieur à la cote «B» dans l'ensemble de sa scolarité de maîtrise;
 - 1.6.1.3. Toute la scolarité de maîtrise doit être terminée en quatre sessions maximum;
 - 1.6.1.4. Le travail demandé pour la maîtrise doit être de l'envergure d'un doctorat, c'est-à-dire que le projet de recherche doit être suffisamment vaste et qu'il peut facilement être étendu pour permettre d'atteindre les objectifs poursuivis par les études doctorales;
 - 1.6.1.5. Il doit obtenir une recommandation positive de son directeur de recherche;
 - 1.6.1.6. Il doit rédiger et présenter oralement un rapport d'étape sur le projet de recherche; la rédaction et la présentation orale sont évaluées par un jury;
 - 1.6.1.7. Il doit obtenir une recommandation positive du jury, du CESDM et du Comité des études supérieures de la Faculté (CES);
 - 1.6.1.8. Le passage se fait au plus tard à la cinquième session et seulement lorsque toute la scolarité est complétée.
- 1.6.2. En cas d'échec à l'examen général de doctorat ou bien en cas d'impossibilité de mener à terme la recherche de doctorat (sans pour autant avoir échoué l'examen général de doctorat), l'étudiant ou l'étudiante pourra demander sa réadmission à la maîtrise et, après avoir rempli toutes les conditions pour l'obtention d'une maîtrise, obtenir ce diplôme.

2. Doctorat

2.1 Introduction

L'objectif principal du doctorat est la formation de chercheurs aptes à poursuivre un travail de recherche original de façon autonome. L'activité principale au troisième cycle est la recherche et la thèse de doctorat que doit rédiger chaque candidat témoigne de l'atteinte des objectifs du programme. La thèse doit contenir une contribution importante à l'avancement des connaissances en mathématiques.

2.2. Conditions d'admission et exigences de cours

- (i) Détenir un diplôme de second cycle en mathématiques ou l'équivalent.
- (ii) L'étudiant possédant déjà un doctorat de troisième cycle est automatiquement exempté des exigences de cours au doctorat.
- (iii) Dans tous les autres cas, l'étudiant doit prendre six, neuf, ou douze crédits de cours, suivant l'exigence imposée par le CESDM au moment de l'admission, sur proposition du directeur de recherche; cette exigence pourra être modifiée par le CESDM sur proposition du directeur de recherche.

2.3. Choix du directeur de recherche

Tout étudiant de doctorat doit avoir un directeur de recherche. Ce dernier (qui peut éventuellement être assisté d'un codirecteur) dirige le projet de recherche de l'étudiant, et l'aide à surmonter les difficultés associées à ses études et à ses recherches. Pour toutes informations concernant les directeurs de recherche, prière de consulter le site du Département de mathématiques à l'adresse suivante :

http://www.usherbrooke.ca/mathematiques/telechargement/documents/etudes_gradues_au_DM.pdf

Normalement, chaque étudiant et son directeur de recherche devraient pouvoir se rencontrer au moins une fois toutes les deux semaines.

2.4. Évaluation périodique des dossiers

Le CESDM a la responsabilité de rédiger un rapport d'étape tous les six mois pour l'ensemble des étudiants au troisième cycle relevant du DM. Le CESDM communique en temps opportun avec le superviseur de l'étudiant pour recueillir l'information à cet effet.

2.5. Conditions d'exclusion aux études supérieures

Tout étudiant doit, à partir du moment où un total de neuf crédits ont été accumulés dans son programme, maintenir la moyenne de ses résultats à au moins 2,7 sur 4,3; dans l'éventualité où cette condition n'est pas satisfaite, le CESDM, après étude du dossier et consultation des parties en cause, peut choisir de transmettre à la Faculté une recommandation d'exclusion du programme, selon l'article 4.8 du règlement des études.

2.6. Règlement régissant l'examen général de doctorat en mathématiques.

Note importante :

Un règlement de la Faculté des sciences spécifie qu'au plus tard seize mois après sa première inscription à un programme de doctorat, la personne doit subir et réussir un examen général de doctorat. À défaut de quoi, elle devra déjà avoir demandé et obtenu, du Comité des études supérieures de la Faculté, la permission de reporter cet examen sinon elle sera exclue du programme.

2.6.1. La nature des volets de l'examen

2.6.1.1. L'examen général de doctorat est en deux volets : le volet de connaissances générales et le volet portant sur le potentiel à faire de la recherche ;

2.6.1.2. Le volet de connaissances générales consiste en un examen écrit, d'une durée de trois heures. L'examen a lieu deux fois l'an, vers la fin des mois de novembre et de mai. Le candidat, avec l'accord de son directeur de recherche, a le choix parmi les sujets suivants :

- i) Algèbre;
- ii) Analyse;
- iii) Probabilité et Statistique;
- iv) Recherche Opérationnelle.

Le programme de chacun de ces examens est de niveau correspondant aux connaissances présumées acquises jusqu'à la fin du second cycle. La description détaillée des programmes de chaque examen fait suite au point 2.6.4. ;

2.6.1.3. Le volet portant sur le potentiel à faire de la recherche consiste en un examen oral, composé d'une présentation sur le sujet de spécialité du candidat, suivi d'une période de questions sur le contenu de la présentation; ainsi que d'un rapport écrit sur ce sujet.

Le programme de cet examen et la bibliographie correspondante sont établis par le jury du candidat (voir le point 2.6.3), qui doit en informer le candidat au moins quatre mois à l'avance. Le candidat doit remettre son rapport écrit au jury au plus tard sept jours avant la présentation orale.

La présentation orale doit consister en une synthèse d'idées provenant, par exemple, de plusieurs articles de recherche; une ou plusieurs parties d'une ou de plusieurs monographies récentes dans la spécialité du candidat ou tout autre source jugée appropriée par son jury.

2.6.2. Les conditions de réussite

Tout étudiant admis à la session d'automne doit subir son examen au plus tard vers la fin du mois de novembre de l'année suivante; tout étudiant admis à la session d'hiver doit subir son examen au plus tard vers la fin du mois de novembre de l'année courante; tout étudiant admis à la session d'été doit subir son examen au plus tard vers la fin du mois de mai de l'année suivante.

On exige de l'étudiant que celui-ci obtienne une note d'au moins cinquante pour cent à l'examen du volet de connaissances générales et à l'examen de spécialité. En cas d'échec à au moins l'un de ces examens, le candidat devra réussir à compléter son programme au plus tard à la période d'examen suivante.

2.6.3. L'organisation

- 2.6.3.1. Le candidat doit, en accord avec son directeur de recherche, aviser avant le quinze septembre ou le quinze mars le président du CESDM de son intention de se présenter à l'examen du volet de connaissances générales prévu pour la fin novembre ou la fin mai, respectivement. Le président du CESDM, après avoir fixé la date des examens, choisit, en accord avec les directeurs de recherche des candidats, deux examinateurs par examen du volet de connaissances générales. Ces derniers sont chargés de la composition des questionnaires d'examen et de la correction des feuilles de réponse des candidats. Les feuilles corrigées sont alors remises au jury du candidat ;
- 2.6.3.2. Pour l'examen oral, le directeur de recherche propose au CESDM un jury formé de lui-même et de deux autres personnes. Ce jury doit obligatoirement comprendre le codirecteur, s'il y en a un, et au moins une personne d'un domaine de recherche connexe. Ce jury établit le programme de l'examen oral et en informe le candidat. Le président du CESDM fixe la date de cet examen ;
- 2.6.3.3. Au vu des résultats des examens des deux volets, le jury décide de la réussite ou de l'échec du candidat et transmet le résultat au président du CESDM. Le résultat de l'examen général peut s'exprimer de trois façons :
- (i) réussite, quand les deux volets sont réussis;
 - (ii) ajournement, lorsque des lacunes sont décelées dans un ou l'autre des deux volets; le jury invite alors la personne à se présenter à nouveau devant lui après un délai maximum de quatre mois (suite à un ajournement, le résultat de l'examen ne peut être que réussite ou échec);
 - (iii) échec, ce qui entraîne automatiquement la fin de la candidature au doctorat.

2.6.4. Les programmes détaillés

2.6.4.1. Algèbre

Algèbres et modules. Suites exactes. Catégories et foncteurs. Produits directs et sommes directes. Modules libres. Modules de type fini sur un anneau principal, formes rationnelles et de Jordan des matrices. Les foncteurs Hom, modules projectifs et injectifs. Le produit tensoriel. Modules simples et le théorème de Jordan-Hölder. Modules semi-simples et les théorèmes de Wedderburn-Artin. Radicaux de modules et d'algèbres. Modules indécomposables et le théorème de Krull-Schmidt. Les foncteurs Ext et Tor. Dimensions homologiques de modules et d'algèbres.

Références :

1. P.M. COHN : Algèbre (2e édition), vol. I (John Wiley, 1982) Chapitre 10 et sections 11.1 à 11.5, vol. II (John Wiley, 1989) Chapitre 4 et sections 5.1 à 5.5, vol. III (John Wiley, 1991) Chapitre 2 (sauf 2.2) et sections 6.1 et 6.2. ou
2. I. ASSEM : Algèbres et modules, Presses de l'Université d'Ottawa / Masson (1997)

Cours de soutien : MAT 721, Algèbre non-commutative.

2.6.4.2. Analyse

Espaces topologiques, espaces métriques, continuité, lemme d'Urysohn, compacité, complétude, connexité, théorème d'Ascoli, théorème de Stone-Weierstrass. Notions de mesure et intégrale de Lebesgue, propriétés des espaces L^p . Espaces de Hilbert, espaces de Banach, théorème de Hahn-Banach, théorème de Banach-Steinhaus, théorème du graphe fermé, opérateurs bornés, dualité. Opérateurs compacts.

Références :

1. H.L. ROYDEN : Real analysis, Second edition, Macmillan, 1968. Chapitres 1 à 10 ;
2. H. BREZIS : Analyse fonctionnelle, théorie et applications, Masson, 1983. Chapitres I à VI (sauf les sections 1.3, I1.6, 11.7, I11.5 à I11.7, IV.4, IV.5, V.3, V.4, VI.3, VI.4).

Cours de soutien : MAT 745, Analyse fonctionnelle.

2.6.4.3. Probabilité et Statistique

i) Probabilité :

Espaces de probabilité. Théorème d'extension de Kolmogorov. Lemmes de Borel-Cantelli. Lois des grands nombres, loi 0-1, loi du logarithme itéré et théorème des trois séries. Espérances conditionnelles. Martingales à temps discret et théorème de convergence de Doob. Convergence étroite, tension et théorème de la limite centrale.

ii) Statistique :

Modèles statistiques. Exhaustivité. Modèles exponentiels. Notion d'information. Estimation ponctuelle. Inégalités statistiques. Théorie des tests d'hypothèses et régions de confiance. Lemme de Neyman-Pearson. Tests uniformément plus puissants. Statistique bayésienne. Modèles linéaires.

Références :

1. J. LAMPERTI, Probability, W.A. Benjamin (1966), chapitres 1 et 2 ;
2. D. WILLIAMS, Probability with Martingales, Cambridge (1991) ;
3. A. MONFORT, Cours de statistique mathématique, Economica (1982) ;
4. V.K. ROHATGI, An Introduction to Probability and Mathematical Statistics, Wiley (1976).
5. G. CASELLA et R. L. BERGER, Statistical Inference, seconde édition, Duxbury (2001)

Cours de soutien : STT 701, Probabilités; STT 751, Statistique mathématique.

2.6.4.4. Recherche opérationnelle

i) Programmation linéaire :

Théorèmes fondamentaux de la programmation linéaire ; dualité. Algorithmes (primal dual et primal-dual) du simplexe ; convergence. Méthodes de points-intérieur : principe, convergence et complexité des méthodes de type primal-dual ;

ii) Programmation non linéaire :

Ensembles et fonctions convexes : ensembles et fonctions convexes. Conditions d'optimalité, qualification des contraintes. Dualité lagrangienne et point-col. Algorithmes (gradient, gradient conjugué, gradient projeté, gradient réduit, Newton), principe et convergence.

Références:

1. VASEK, Chvátal Linear, Programming W.H. freeman and company, New York, 1983;
2. WRIGHT, S.J., Primal-Dual Interior-Point Methods, SIAM, Philadelphia, 1996;
3. BERTSEKAS, Dimitri, Non linear Programming, Athena Scientific, Belmont Massachusetts. 1995.

Cours de soutien : ROP 771, Programmation mathématique ;
ROP 831, Algorithmes en programmation non linéaire.

2.7 Thèse à publications

- 2.7.1. L'étudiant doit obtenir l'autorisation du comité des études supérieures de son département avant de commencer sa rédaction ;
- 2.7.2. L'étudiant doit situer et intégrer ses travaux dans l'ensemble de son sujet ;
- 2.7.3. L'étudiant doit incorporer à sa thèse des articles publiés ou acceptés pour publication dans une revue, dans un compte rendu de conférence ou dans un chapitre de monographie ayant un comité de lecture. Exceptionnellement, un seul article pourra être jugé suffisant ;
- 2.7.4. L'étudiant doit indiquer sa participation réelle et sa contribution à la rédaction de l'article publié, surtout s'il s'agit d'un article à auteurs multiples ;
- 2.7.5. L'article publié et présenté dans la thèse ne peut être modifié; si des modifications sont nécessaires, elle doivent être faites dans les pages qui précèdent l'article ;

- 2.7.6. L'article est incorporé à la thèse soit sous sa forme manuscrite (dans sa version finale acceptée), soit sous la forme d'un tiré à part reproduit aux dimensions de l'ensemble du texte (avec la permission de la maison d'édition) ;
- 2.7.7. Les articles publiés en anglais sont présentés en anglais dans la thèse, mais les autres parties de la thèse (introduction, présentation des articles, discussion générale, annexe, ...) doivent être écrites en français à moins d'autorisation spéciale du CES de la Faculté ;
- 2.7.8. Le jury de thèse demeure le dernier juge pour évaluer d'une part la qualité du travail de recherche et son ampleur comme valable pour constituer une thèse de doctorat, et d'autre part, la qualité et la pertinence de l'introduction générale et la discussion générale. De même, le jury de thèse demeure le dernier juge quant à la qualité des articles ainsi qu'à la valeur des revues, des conférences et des monographies.

3. Bourses

Dans le but de promouvoir et soutenir les efforts des meilleurs étudiants aux cycles supérieurs, plusieurs organismes offrent des bourses d'étude, dont les principales sont les suivantes — on obtiendra de plus amples renseignements auprès du directeur adjoint aux études supérieures et à la recherche du DM.

3.1. CRSNG - **Canada.**

Citoyens canadiens et résidents permanents;

Moyenne cumulative équivalente à la cote A dans les 2 dernières années d'étude;

- Durée maximale de deux ans pour la maîtrise, quatre ans (2 x 2 ans) pour le doctorat;
- Date limite interne d'application: mi-octobre.

3.2. FQRNT – Québec.

- Citoyens canadiens et résidents permanents ;
- Moyenne cumulative équivalente à la cote B+, pour la maîtrise ;
- Durée maximale de deux ans pour la maîtrise, trois ans pour le doctorat ;
- Date limite interne d'application : mi-octobre.

3.3. Bourses institutionnelles – Université de Sherbrooke. (Voir le document « Programme de bourses institutionnelles 1995)

Ces bourses sont attribuées par l'Université à de nouveaux étudiants, sur recommandation du CESDM. Les étudiants non encore inscrits dans le programme visé n'y sont pas éligibles.

3.4. Pour les autres bourses (ISM, Carl Herz, ...) consulter le site : <http://www.usherbrooke.ca/mathematiques/renseignements/financement/> ou contacter le responsable des études supérieures du Département de mathématiques.

4. Documents divers

Voici une liste de documents pertinents et importants, à titre d'information:

- Directives facultaires pour la rédaction et la présentation des essais, mémoires et thèses (23 juin 1994).

Ce document peut être obtenu en s'adressant au secrétariat du DM, situé au local D3-1031 de la Faculté des Sciences.

- Direction de thèses de doctorat en cotutelle, voir le site : <http://www.usherbrooke.ca/recherche/cotutelle/>
- Programme de bourses institutionnelle, voir le site : Faculté des sciences, recherche et études supérieures, études supérieures, bourse institutionnelle.
- Directives et formulaires du programme de bourses CRSNG, voir le site : <http://www.nserc-crsng.gc.ca/>
- Directives et formulaires du programme de bourses FQRNT, voir le site : <http://www.fcar.qc.ca/>
- Informations générales : <http://www.usherbrooke.ca/mathematiques/> et http://www.usherbrooke.ca/mathematiques/telechargement/documents/etudes_graduees_au_DM.pdf